**ВОПРОСЫ для подготовки К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«МАТЕМАТИКА»**

**1 курс, осенний семестр 2020-2021 уч. года, дневная форма получения образования**

*Метельский В.М., кандидат физико-математических наук, доцент*

1. Матрицы. Определение, примеры, виды матриц. Линейные операции над матрицами.
2. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Возведение в степень. Свойства операций над матрицами.
3. Определители квадратных матриц (определители второго и третьего порядков и их свойства). Правило Крамера для систем линейных уравнений 2-го и 3-го порядков.
4. Определители *n*-го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка.
5. Обратная матрица: определение, свойства. Нахождение обратной матрицы методом присоединенной матрицы и методом Гаусса. Решение матричных уравнений.
6. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Метод окаймляющих миноров.
7. Системы линейных уравнений. Основные понятия, матричная форма записи. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
8. Решение невырожденных систем линейных уравнений матричным способом. Формулы Крамера.
9. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
10. Однородные системы линейных уравнений: структура общего решения, фундаментальная система решений.
11. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами и их свойства.
12. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис на прямой, на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по базису.
13. Декартова система координат. Деление отрезка в данном отношении. Полярная система координат.
14. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекций. Направляющие косинусы вектора.
15. Скалярное произведение векторов и его свойства. Условие ортогональности двух векторов. Скалярное произведение в координатной форме. Приложения.
16. Векторное произведение векторов и его свойства. Векторное произведение в координатной форме. Приложения векторного произведения.
17. Смешанное произведение векторов и его свойства. Геометрический смысл смешанного произведения. Условие компланарности трех ненулевых векторов. Координатная форма смешанного произведения.
18. Уравнение прямой на плоскости, заданной точкой и нормальным вектором. Общее уравнение прямой на плоскости. Частные случаи. Уравнение прямой на плоскости в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
19. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку в данном направлении. Параметрические уравнения прямой на плоскости. Канонические уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через две заданные точки. Нормальное уравнение прямой.
20. Уравнение прямой на плоскости с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
21. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором. Общее уравнение плоскости. Частные случаи. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости.
22. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
23. Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две заданные точки.
24. Общее уравнение прямой в пространстве. Переход от общего уравнения к каноническим уравнениям прямой. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Угол между прямыми.
25. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
26. Понятия линейного пространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе.
27. Понятие линейного оператора. Примеры. Матрица линейного оператора в заданном базисе.
28. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
29. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов (матриц). Характеристическое уравнение и характеристический многочлен линейного оператора (матрицы).
30. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Приведение симметрической матрицы к диагональному виду.
31. Квадратичные формы: определение, матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
32. Знакоопределенность квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичных форм.
33. Кривые второго порядка: окружность, эллипс: определения, уравнения, основные характеристики.
34. Кривые второго порядка: гипербола, парабола: определения, уравнения, основные характеристики.
35. Поверхности второго порядка: классификация, уравнения и основные свойства.
36. Исследование формы поверхностей второго порядка методом параллельных сечений. Пример.
37. Множества и операции над ними. Числовые множества.
38. Ограниченные множества. Окрестность точки. Логические символы.
39. Бином Ньютона. Метод математической индукции.
40. Понятие функции. Способы задания функции. Сложная и обратная функция. Элементарные функции.
41. Числовая последовательность и ее предел. Свойства сходящихся последовательностей.
42. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности и их свойства. Виды неопределенностей. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса. Число ***е***.
43. Предел функции в точке (по Коши и по Гейне) и на бесконечности. Односторонние пределы функции. Основные правила вычисления пределов.
44. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.
45. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символы «о» и «О». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций.
46. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность элементарных функций.
47. Непрерывность сложной и обратной функции.
48. Точки разрыва функции, их определение и классификация.
49. Свойства функций, непрерывных на отрезке
50. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Односторонние производные. Уравнения касательной и нормали к кривой.
51. Правила дифференцирования функций. Производные основных элементарных функций.
52. Производная сложной и обратной функции.
53. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функций, заданных неявно. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
54. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Свойства дифференциалов.
55. Применение дифференциалов в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала.
56. Производные высших порядков. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.
57. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля.
58. Основные теоремы дифференциального исчисления: Лагранжа, Коши.
59. Правила Лопиталя и их применение для раскрытия неопределенностей.
60. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано.
61. Формула Маклорена. Разложение по формуле Маклорена некоторых элементарных функций. Приложения формулы Тейлора.
62. Экстремум функции одной переменной, интервалы возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.
63. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия существования точки перегиба.
64. Асимптоты графика функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке функции. Общая схема исследования функции одной переменной и построения ее графика.
65. Комплексные числа. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел. Формула Эйлера.
66. Действия над комплексными числами в арифметической, тригонометрической и экспоненциальной форме записи.
67. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.
68. Многочлены и их делимость. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.